Übungsblatt 0

⚠ *Dieses Blatt ist nicht abzugeben, aber bis zur Übung vorzubereiten*

Benötigte Zeit für die Bearbeitung dieses Blattes: ________

0.1: Die Zahlen

1) Für die Mengen $\mathbb{N}, \mathbb{N}_0, \mathbb{Z}, \mathbb{Q}, \mathbb{R}$ und $\mathbb{C}$, geben Sie den Namen an und entscheiden Sie was Menge, Ring und Körper ist.

2) Erklären Sie kurz wie man die reellen Zahlen erweitern wollte. Was sind die ,,komplexen Zahlen"? Wie kann man diese Zahlen (reellen und komplexen) darstellen?

0.2: Die Taylor-Entwicklung

1) Geben Sie die allgemeine Taylorformel um einen Entwicklungsstelle $x_0 \in \mathbb{D}(f)$ für eine beliebige unendlich differenzierbare Funktion f an.

2) Was hat die ,,Tangente" mit dem Taylorpolynom vom Grad 1 zu tun?

3) Berechnen Sie das 8-te Taylorpolynom der Funktionen $f(x) = e^x$, $g(x) = \sin(x)$, $h(x) = \cos(x)$, $k(x) = \sinh(x)$ und $l(x) = \cosh(x)$ um die Entwicklungsstelle $x_0 = 0$. Gibt es ein Muster? Geben Sie die Taylorreihen (das heißt n geht gegen ∞) zu diesen fünf Funktionen an (z.B. $e^x = \sum_{n=0}^{\infty} ...$).

4) Sei i die imaginäre Einheit. Zeigen Sie mit den hier gefundenen Taylorreihen, die Gültigkeit der Formeln $e^{ix} = \cos(x) + i\sin(x)$ und $e^x = \cosh(x) + \sinh(x)$

0.3: Das Riemannsche Integral

1) Für eine reele Funktion $f(x)$ im Intervall $[a,b]$, das Integral ist $F = \int_a^b f(x)dx = \int_a^b dx f(x)$. Geben Sie die geometrische Bedeutung dieses Integrals.

2) Wenn $\frac{d}{dx}F(x) = f(x)$, dann wie viel $\int_a^b f(x)d(x)$ ist? Was hat dann das Integral mit der Ableitung zu tun?

3) Bestimmen Sie die folgenden Integrale: $\int x^n dx$, $\int xe^{-x^2}dx$, $\int_0^1 \frac{dx}{(1+x^2)}$, und $\int_0^a \frac{dx}{x^{1-a}}$ mit $a > 0$.