

## Übungsblatt 3



Abzugeben bis: 24.11.2016 um 18:00 Uhr

Benötigte Zeit für die Bearbeitung dieses Blattes: -----

### 3.1: Der Affensattel

Gegeben sei die Funktion  $f(x, y) = x^3 - 3xy^2$ . Ihr Graph heißt Affensattel.

1) Berechnen Sie  $\frac{\partial f}{\partial x}$  und  $\frac{\partial f}{\partial y}$ . Für welche Punkte sind diese zwei Ableitungen = 0? (4 Punkte)

2) Berechnen Sie die Hessematrix

$$H(x, y) \equiv \begin{pmatrix} \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} & \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} \\ \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x} & \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} \end{pmatrix}.$$

(4 Punkte)

3) Berechnen Sie die Eigenwerte des Hessematrixs  $H(x_0, y_0)$ , wobei  $(x_0, y_0)$  sind die Punkte wo die Ableitungen = 0 sind (aus Sek. 1). Alle die Eigenwerte  $> 0$  bedeutet ein Minimum, alle  $< 0$  bedeutet ein Maximum, und beide positive und negative bedeutet einen Sattelpunkt.

Welche Punkte sind Maxima, Minima, und Sattelpunkte für  $f(x, y)$ ? (6 Punkte)

### 3.2: Fläche mit Polarkoordinaten

Gegeben sei die Funktion  $f(x, y) = xye^{-(x^2+y^2)}$ .

1) Schreiben Sie  $f(x, y)$  in Polarkoordinaten  $(r, \theta)$ , wobei  $x = r \cos \theta$  und  $y = r \sin \theta$ . (2 Punkte)

2) Berechnen Sie  $\frac{\partial f}{\partial r}$  und  $\frac{\partial f}{\partial \theta}$ . Für welche Punkte (in Polarkoordinaten) sind diese zwei Ableitungen = 0? (4 Punkte)

3) Berechnen Sie die Hessematrix

$$H(r, \theta) \equiv \begin{pmatrix} \frac{\partial^2 f}{\partial r^2} & \frac{\partial^2 f}{\partial r \partial \theta} \\ \frac{\partial^2 f}{\partial \theta \partial r} & \frac{\partial^2 f}{\partial \theta^2} \end{pmatrix}.$$

(4 Punkte)

4) Berechnen Sie die Eigenwerte des Hessematrixs  $H(r_0, \theta_0)$ , wobei  $(r_0, \theta_0)$  sind die Punkte wo die Ableitungen = 0 sind (aus Sek. 1). Welche Punkte sind Maxima, Minima, und Sattelpunkte? (6 Punkte)

5) Berechnen Sie das 2.-Ordnung Taylor-Polynom um Punkt  $(r, \theta) = (1, \pi/4)$ , mit Polarkoordinaten. (4 Punkte)